

Piotr Grudowski, Andrzej Meller

# Zdolność jakościowa procesu produkcyjnego

Zabezpieczenie jakości produkcji wymaga między innymi znajomości:

- możliwości urządzeń i procesów, tak pod względem wydajności, jak i wartości uzyskiwanych parametrów,
- przewidywanej wadliwości produkcji,
- stopnia stabilności osiąganych parametrów,
- czynników wpływających na przebieg i rezultaty procesu.

Informacje te pozwalają na właściwe zaplanowanie procesów oraz ich nadzorowanie.

## Pojęcie zdolności jakościowej

W normach serii ISO 9000 [1] występuje następujące wymaganie: „Procesy produkcyjne powinny być weryfikowane pod kątem zdolności produkcyjnej, zgodnie ze specyfikacjami wyrobu”.

(ISO 9004 punkt 10.2)

Ponieważ normy te odnoszą pojęcie zdolności produkcyjnej do jakości, a jednocześnie termin ten wykorzystywany jest w innym znaczeniu, posługiwać się będziemy terminem **zdolności jakościowej procesu**.

Spośród wielu definicji zdolności jakościowej procesu wymienić można: zdolność jakościowa procesu jest to zdolność do spełnienia wymagań jakościowych w wybranym procesie lub jego fragmencie z określonym prawdopodobieństwem (tzn. nie przekraczając założonej wadliwości). W. Messina [2] definiuje zdolność jakościową procesu jako „zakres wartości wielkości mierzalnej, wewnątrz którego powinny się znajdować badane parametry procesu”.

## Wyniki jakościowe procesu, a pole tolerancji

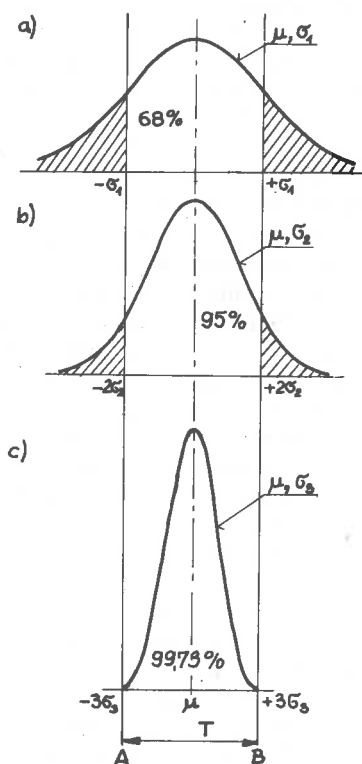
Parametry opisujące rezultaty jakościowe procesu produkcyjnego,

a szczególnie wymiarów, mają najczęściej rozkład normalny. Znając jego parametry: wartość oczekiwaną  $\mu$  i odchylenie standardowe  $\sigma$ , można dla danej tolerancji określić spodziewaną wadliwość procesu. Na jej wartość wpływają oba parametry. Wpływ wartości odchylenia standardowego ilustruje rys. 1. W przykładzie tym założono, że wartość oczekiwana pokrywa się ze środkiem pola tolerancji.

rancja równa się sześciu odchyleniom standardowym, to poza jej granicami znajdzie się 0,27% wymiarów. Właśnie przedział  $6\sigma$  przyjmowany jest przy określaniu zdolności jakościowej procesu jako przedział odniesienia.

W praktyce przemysłowej wartości: średniej badanego parametru i środka pola tolerancji są względem siebie przesunięte. Powiększa to wadliwość procesu, co ilustruje rys. 2.

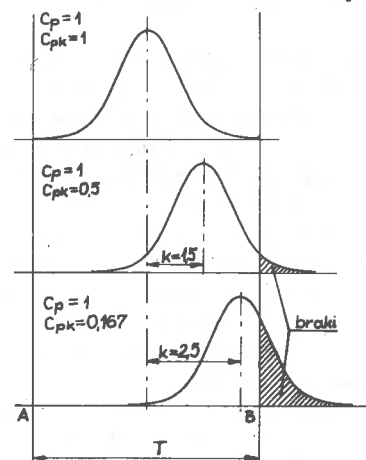
Rys. 1



Jeżeli tolerancja  $T$  równa się dwóm odchyleniom standardowym, to poza jej granicami pozostaje 32% wymiarów (pole zakreskowane na rys. 1a), czyli wadliwość procesu wynosi 32%.

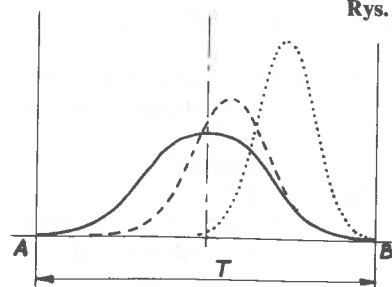
Jeżeli tolerancja  $T$  równa się czterem odchyleniom standardowym, to poza jej granicami znajdzie się 5% wymiarów (rys. 1b), jeżeli zaś tole-

Rys. 2



Jeżeli jednak rozproszenie badanego parametru w procesie jest odpowiednio małe w stosunku do wartości tolerancji, to mimo przesunięcia wartości oczekiwanej względem środka pola tolerancji – proces taki będzie dawał wyroby mieszczące się w granicach tolerancji z odpowiednim prawdopodobieństwem i dopuszczalna wadliwość nie zostanie przekroczona (rys. 3).

Rys. 3



**Mierniki zdolności jakościowej procesu**

■ **Miernik bezwzględny**

Miernik bezwzględny służy do określania granicznych możliwości procesu, bez odnoszenia ich do konkretnych wymagań. Najlepszym parametrem charakteryzującym możliwości jakościowe procesu jest parametr opisujący rozproszenie jego wyników, czyli odchylenie standardowe  $\sigma$ . Częściej jednak stosowana jest w tym celu sześciokrotność standardowego ( $6\sigma$ ) i nazywana **tolerancją naturalną  $T_n$**

$$T_n = 6\sigma$$

Oczywiście, wartość tolerancji naturalnej zależy od parametrów procesu, ale można przyjąć jej wartość najmniejszą, a odpowiadające jej parametry uznać za standardowe.

Określając tolerancję naturalną nie odnosi się jej do żadnej tolerancji wykonawczej, nie istnieje więc problem ich wzajemnej relacji.

■ **Względny miernik zdolności jakościowej procesu (przydatność jakościowa procesu)**

Określając przydatność jakościową procesu parametr określający rozproszenie wyników procesu (np.  $T_n = 6\sigma$ ) należy rozpatrywać w odniesieniu do tolerancji. Najczęściej określa się następujące wskaźniki:

- wskaźnik przydatności jakościowej  $C_p$

$$C_p = \frac{T}{6\sigma}$$

Wskaźnik ten jest nazywany również miarą potencjalnych możliwości procesu, ponieważ nie uwzględnia

przesunięć wartości oczekiwanej względem środka pola tolerancji;

- wskaźnik położenia  $C_{pk}$

$$C_{pk} = \min \left( \frac{\mu - A}{3\sigma}; \frac{B - \mu}{3\sigma} \right)$$

gdzie:

- A – dolna granica tolerancji,
- B – górna granica tolerancji,
- $\mu$  – wartość oczekiwana badanej populacji,
- $\sigma$  – odchylenie standardowe.

Wskaźnik  $C_{pk}$  uwzględnia więc błędy „wycentrowania” procesu. Błąd ustawienia (wycentrowania) procesu można odnieść do odchylenia standardowego procesu określając współczynnik  $k$

$$k = \frac{\frac{A+B}{2} - \mu}{\sigma}$$

Wskaźnik przydatności procesu związany jest ściśle z jego wadliwością, jednak nie informuje o stopniu wykorzystania możliwości procesu i związanych z tym stratami. Nie uwzględnia także sytuacji, gdy wartość optymalna (pożądana) badanego parametru nie pokrywa się ze środkiem pola tolerancji. Dlatego G. Taguchi [3] zaproponował zmodyfikowany miernik zdolności jakościowej procesu  $C_{pm}$

$$C_{pm} = \frac{T}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - P)^2}} = \frac{C_p}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu - P}{\sigma}\right)^2}}$$

gdzie:

- T – tolerancja badanego parametru,
- P – wartość pożądana badanego parametru,
- $\mu$  – wartość oczekiwana,
- $\sigma$  – odchylenie standardowe.

Wskaźnik  $C_{pm}$  powstał jako konsekwencja filozofii funkcji strat jakościowych zaproponowanej przez Taguchiego, w której miernikiem poziomu jakości powinno być zbliżenie wartości parametru do jego wartości pożądanej P, a głównym celem – ciągle zmniejszanie rozproszenia (*continuous improvement*).

Podane wzory na wskaźniki  $C_p$ ,  $C_{pk}$  i  $C_{pm}$  dotyczą parametrów o rozkładzie normalnym, dla procesów stabilnych, w których nie występują dominujące i systematyczne przyczyny rozproszenia. Konieczna jest więc kontrola stabilności procesów, na przykład za pomocą kart kontrolnych  $\bar{X} - R$  lub  $\bar{X} - s$ . Firmy zachodnie wymagają obecnie od swych dostawców, aby łącznie z wartościami wskaźników zdolności jakościowej procesu przedstawiali wyniki testów normalności rozkładów, bądź zwiększyli licznosc próbek, na podstawie których określa się wskaźniki ponad 100 szt. Normalność rozkładu można sprawdzić według procedury podanej w PN-83/N-01052.07 [4].

Wskaźniki powyższe związane są z wadliwością procesu. W tab. 1 podano dla wybranych wartości wskaźnika  $C_p$  i współczynnika położenia  $k$  wartości wskaźników  $C_{pk}$  i  $C_{pm}$  oraz wadliwość wyrażoną w procentach i liczbie sztuk wadliwych na milion (ppm – *parts per milion*).

Rosnące wymagania stawiane dokładności procesów powodują, że proces uważany jest za przydatny jakościowo, gdy wskaźniki  $C_p$  i  $C_{pk}$

$$C_p \geq 1$$

$$C_{pk} \geq 1$$

Tab. 1.

Wartości wskaźników zdolności jakościowej procesu i wadliwości dla różnych wartości wskaźnika  $C_p$  i współczynnika  $k$  ustawienia (wycentrowania) procesu.

$C_p$	$k = 0$				$k = 0,5$				$k = 1,0$			
	$C_{pk}$	$C_{pm}$	Wadliwość		$C_{pk}$	$C_{pm}$	Wadliwość		$C_{pk}$	$C_{pm}$	Wadliwość	
			%	ppm			%	ppm			%	ppm
0,6	0,6	0,6	7,2	72 000	0,43	0,54	10,7	107 000	0,26	0,42	21,5	215 000
0,8	0,8	0,8	1,62	16 200	0,63	0,71	4,1	41 000	0,47	0,56	8,1	81 000
1,0	1,0	1,0	0,27	2 700	0,83	0,89	0,62	6 200	0,67	0,71	2,3	23 000
1,2	1,2	1,2	0,032	320	1,03	1,02	0,1	1 000	0,86	0,85	0,45	4 500
1,4	1,4	1,4	0,00134	13,4	1,23	1,25	0,01	100	1,07	0,99	0,07	700
1,6	1,6	1,6	0,00008	0,8	1,43	1,43	0,00085	8,5	1,27	1,13	0,0073	73

przy czym często wymaga się, aby wskaźniki te były większe,

$$C_p \geq 1,33$$

$$C_{pk} \geq 1,33$$

co odpowiada wymaganiu, by rozrzut w procesie był tak niewielki, że  $T = 8\sigma$ .

### Określanie wskaźników zdolności jakościowej procesu

Określenie wskaźników zdolności jakościowej wymaga przeprowadzenia badań statystycznych serii wyrobów wykonanych w założonych warunkach. Liczność pobieranych próbek najczęściej wynosi 50–100 szt. Po pomiarze głównych cech (wielkości) określających jakość, należy oszacować parametry statystyczne badanej próbki. Najlepszym oszacowaniem wartości oczekiwanej jest średnia arytmetyczna  $\bar{X}$  obliczana ze wzoru:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 \dots + x_n}{n}$$

Odchylenie standardowe  $\sigma$  szacuje się za pomocą estymatora odchylenia standardowego  $\sigma$  według wzoru

$$S = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}$$

Należy pamiętać, że ze względu na szacowanie powyższych paramet-

rów statystycznych, są one prawdziwe na określonym poziomie ufności.

W przypadku rozkładów odbiegających od rozkładu normalnego, np. rozkładów asymetrycznych, jak rozkłady Maxwella lub  $\beta$ , a także parametrów ograniczonych jednostronnie, określenie wskaźników jest możliwe, lecz wymaga zmodyfikowania wzorów, tak aby poszczególne wartości  $C_p$  i  $C_{pk}$  odpowiadały tej samej wadliwości, jak w przypadku rozkładu normalnego. Próby uniezależnienia przebiegu analizy wskaźników zdolności jakościowej od rodzaju rozkładu prawdopodobieństwa nie zostały, jak dotychczas, uwieńczone sukcesem [5].

Wykorzystanie kalkulatora z funkcjami statystycznymi do powyższych obliczeń zmniejsza ich pracochłonność i pozwala na szybkie uzyskanie wyników.

### Podsumowanie

Wskaźniki zdolności jakościowej procesu stały się w ostatnich latach istotnym parametrem sterowania jakością. Dotyczy to zarówno ich wykorzystania w przedsiębiorstwie do diagnozowania poszczególnych faz procesu technologicznego, jak również w relacjach klient – dostawca,

szczególnie w przypadku więzi kooperacyjnej. Ich znaczenie w zarządzaniu przedsiębiorstwem potwierdzają liczne przykłady płynące ze znanych ze swego zaangażowania na rzecz jakości firm światowych. Pamiętać jednak należy, że określanie wskaźników zdolności jakościowej nie może stanowić celu samego w sobie, lecz być narzędziem ulepszania procesów, przynosząc w ten sposób wymierne efekty.

*Piotr Grudowski, Andrzej Meller*

### BIBLIOGRAFIA

- [1] ISO 9000–9004 Zarządzanie jakością. Systemy zapewnienia jakości.
- [2] MESSINA W. S., *Statistical Quality Control for Manufacturing Managers*, A. Wiley Interscience Publication, Londyn 1987.
- [3] TAGUCHI G., ELSAYED E. A., HSIANG T. C., *Quality Engineering in Production Systems*. Mc Graw-Hill, Inc. New York 1989.
- [4] PN-83/N-01052.07 *Statystyka matematyczna. Badania statystyczne. Badanie zgodności rozkładu właściwości w populacji z rozkładem teoretycznym*.
- [5] KOTZ S., JOHNSON N. L., PEARN W. L., *Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices*, Journal of Quality Technology, vol. 24, No. 4, Oct. 1992.

Autorzy są pracownikami naukowymi Katedry Technologii Budowy Maszyn Wydziału Mechanicznego Politechniki Gdańskiej.

