Agnieszka Krawczyk

Geometria fraktalna jako instrument opisu organizacji

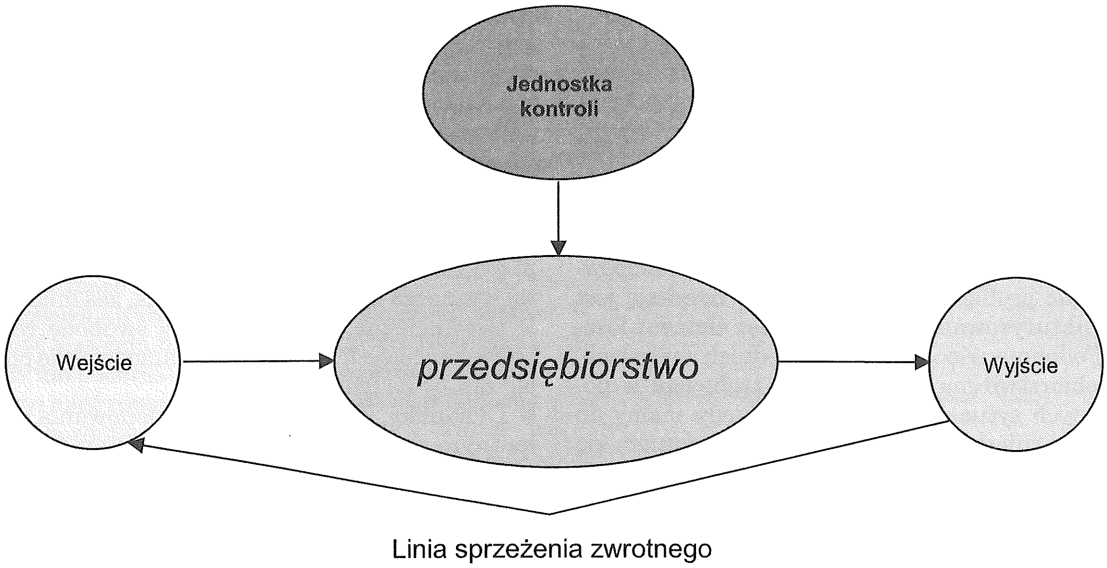
Georg Cantor powiedział, że „w matematyce sztuka stawiania problemów jest ważniejsza od sztuki ich rozwiązywania". Wydaje się, iż stwierdzenie to ma zastosowanie nie tylko w matematyce.

Po wydaniu przez Benoit Mandelbrota słynnej książki[1], fraktale, oprócz matematyki, zaczęły mieć zastosowanie w naukach przyrodniczych, technicznych, ekonomicznych[2], w sztuce itp. Ich popularność i bogactwo zastosowań wynikają głównie z dwóch przyczyn. Pierwsza z nich, na którą zwracał uwagę sam Mandelbrot to fakt, iż wiele tworów przyrody ma w przybliżeniu strukturę fraktalną. Druga, to łatwość wytwarzania fraktali za pomocą techniki komputerowej. Okazuje się, iż wytwarzanie fraktali jest niezwykle proste, jedyną trudnością jest konieczność nieskończonego stosowania danej metody. O nieskończoności można mówić jedynie w matematyce, natomiast w praktyce zwykle wystarczy wykonać kilka kroków konstrukcji, aby osiągnąć granice dokładności rysunku i otrzymać obraz fraktala[3].

Celem niniejszego artykułu jest pokazanie możliwości wykorzystania osiągnięć geometrii fraktalnej jako instrumentów opisu organizacji.

Geometria fraktalna stworzona przez Mandelbrota umożliwia między innymi opis i prognozowanie matematyczne zjawisk ekonomicznych. Słowo „fraktal" w ostatnich latach staje się coraz bardziej popularne, choć w literaturze przypisuje mu się rozmaite znaczenia. Najczęściej przez fraktale rozumie się obiekty geometryczne[4], zarówno realnie istniejące w przyrodzie, jak i sztuczne. Jeśli mówi się o fraktalach jako o kształtach, obrazach i strukturach, na ogół wydają się one obiektami statycznymi. Takie podejście jest jednak niewystarczające przy zastosowaniu fraktali do opisu organizacji, nie daje ono bowiem wglądu w powstawanie i ewolucję danej struktury organizacyjnej. Wynika stąd, iż nie należy się zajmować wyłącznie samymi fraktalami z pominięciem procesów, które je stworzyły. Jedną z najbardziej zaskakujących konsekwencji geometrii fraktalnej i teorii chaosu jest fakt, że rozpatrując złożoną prawidłowość jest wielce prawdopodobne, iż powstała ona jako rezultat bardzo prostego procesu. Okazuje się więc, iż rozważając nieskomplikowany proces, nie należy zakładać łatwości rozumienia jego działania.

Jedną z podstawowych zasad geometrii fraktalnej jest zasada sprzężenia zwrotnego. Procesy ze sprzężeniem zwrotnym mają fundamentalne znaczenie w naukach przyrodniczych. Zostały one wprowadzone przez Newtona i Leibnitza około trzystu lat temu



Rys. 1. Przedsiębiorstwo jako „urządzenie" ze sprzężeniem zwrotnym
Źródło: opracowanie własne na podstawie PEITGEN H.O., JÜRGENS H., SAUPE D., *Granice chaosu. Fraktale,* PWN, Warszawa, 1995, s. 41.

w postaci zasad dynamiki. Można również stwierdzić, iż prawie we wszystkich procesach ekonomicznych występują sprzężenia zwrotne. O ile *natura non facit saltus*, o tyle w ekonomii czasami zdarzają się gwałtowne zmiany (np. krach na giełdzie). W zasadzie jednak większość procesów ekonomicznych przebiega ewolucyjnie i można zastosować tu tę samą zasadę, co do procesów przyrodniczych. Według reguł geometrii fraktalnej przedsiębiorstwo może być rozumiane jako „urządzenie" ze sprzężeniem zwrotnym (rysunek 1.).

Jak wynika z rysunku 1. oczywista zasada, iż każde przedsiębiorstwo (organizacja) funkcjonuje w otoczeniu, z którego pobiera zasilenia (wejście) i do którego emituje efekty swojej działalności (wyjście powstałe w wyniku transformacji wejścia), jest również jedną z podstawowych zasad geometrii fraktalnej. Na rysunku 1. występuje również jednostka kontroli, która nadzoruje proces przetwarzania „wejścia w wyjście" tak, aby było to najbardziej korzystne dla organizacji. Tworzone są scenariusze fraktalne[5)], które określają warunki i sposoby transformacji wejścia w wyjście. Każdy ze scenariuszy, w zależności od potrzeb, można zoperacjonalizować w postaci kolejnych mikroscenariuszy fraktalnych (n-tego poziomu). Jednym z kryteriów podziału scenariuszy fraktalnych jest pozostawienie właścicielom i zarządcom (jednostka kontroli) dużej swobody wyboru sposobów ich realizacji. Linia sprzężenia zwrotnego pokazuje, iż wyjście, na które mają wpływ procesy transformacji dokonujące się wewnątrz organizacji, kształtuje wejście w kolejnym procesie zasilania organizacji. Innymi słowy, rysunek ten prezentuje fakt wpływu otoczenia na przedsiębiorstwo i przedsiębiorstwa na otoczenie.

Geometria fraktalna wyróżnia sprzężenia zwrotne z zależnością prostą, zależnością dwustopniową oraz układy sprzężenia zwrotnego z pamięcią czy ruletką[6)]. Z punktu widzenia opisu organizacji najbardziej zasadne wydaje się być stosowanie dwóch ostatnich metod. O ile w dwóch pierwszych metodach procesor (czyli organizacja lub przedsiębiorstwo) na dane warunki początkowe reaguje zawsze tak samo, o tyle reakcja sprzężenia zwrotnego z pamięcią zależy przede wszystkim od stanu, w jakim organizacja się znajduje. Za przykład może służyć zakład fryzjerski, który nie obsłuży klienta, jeśli wszystkie fryzjerki są już zajęte obsługiwaniem innych osób. Analizując z kolei sprzężenie zwrotne na zasadzie ruletki, to odróżnia ją od poprzednich metod przede wszystkim to, iż wcześniejsze metody były ściśle deterministyczne. Jak wiadomo, przedsiębiorstwa działają w warunkach niepewności, część problemów, z którymi się borykają jest nie ustrukturyzowana – powstaje więc element losowości. Podobnie więc, jak w poprzednich metodach, przedsiębiorstwo ma pewne wzory zachowań w poszczególnych sytuacjach, jednak niekiedy mamy do czynienia z ruletką, czyli losowym zachowaniem się organizacji, a w szczególności osób podejmujących decyzje.

Iterowanie[7)] wyrażeń kwadratowych znalazło szerokie zastosowanie w naukach przyrodniczych. Szczególne znaczenie ma równanie logistyczne $p = rp(1-p)$, które posłużyło P.F. Verhulstowi w 1845 roku do określenia modelu rozwoju populacji, pozwalającego przewidzieć rozwój populacji w czasie[8)]. Pokazuje on, iż zmiany te mogą być cykliczne oraz określa warunki wywierające wpływ na rozwój populacji. Wykorzystanie tego modelu wydaje się zasadne w badaniach rynku, badaniach marketingowych oraz w zarządzaniu zasobami ludzkimi (szczególnie na etapie planowania potrzeb i wyposażenia personalnego oraz rekrutacji).

Kolejnym elementem geometrii fraktalnej mającym zastosowanie do opisu organizacji jest problem akumulacji błędu, czyli innymi słowy odpowiedź na pytanie, czy liczą się niewielkie różnice w obliczeniach, np. czy 2/3 jest równe 0,66667? Analiza tej kwestii może mieć szczególne znaczenie w analizie ekonomiczno-finansowej, badaniach marketingowych oraz jakimkolwiek przetwarzaniu danych ankietowych oraz pochodzących z obserwacji bezpośredniej lub analizy dokumentacji. Otóż okazuje się, że nawet najmniejszy błąd po kilkukrotnych przetworzeniach może zostać skumulowany do tego stopnia, iż zafałszuje dane tak, że przestaną być one zupełnie wiarygodne.

Jedną z cech charakterystycznych fraktali jest samopodobieństwo, co oznacza, iż dowolny fragment struktury fraktalnej, niezależnie od jego wielkości, jest w sensie konfiguracji identyczny z całością struktury. Własność samopodobieństwa przenosi się na następną generację nieskończenie wiele razy. Prowadzi to do powstania nowych pojęć, takich jak wymiar fraktalny, który można stosować również do obiektów nie mających dowolnie małych części, na przykład do organizacji.

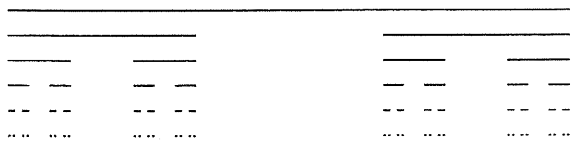
Kolejne cechy fraktali to izomorfizm części i całości[9)] oraz holograficzność[10)]. Jak już wcześniej wspomniano, fraktale powstają w wyniku dowolnej liczby iteracji oraz mogą być pomniejszane lub powiększane nieskończoną ilość razy. Każdy pomniejszony czy powiększony fraktal zawiera obiekt wyjściowy i jego kolejne mutacje. Analizując organizacje jako fraktale można wyróżnić następujące ich cechy[11)]:

- Samopodobieństwo oznaczające zdolność do powielania się. Można tworzyć sieć fraktali mających takie same cele, funkcje i zadania. W idealnym modelu funkcjonowania organizacji oznacza to, iż dowolny problem organizacyjny może zostać rozwiązany przez dowolną jednostkę organizacyjną. Na przykład podczas urlopu, zwolnienia lekarskiego czy innego powodu nieobecności prezesa jego funkcje przejmują zastępcy lub osoba pełniąca jego obowiązki.
- Samoorganizacja oznaczająca przede wszystkim autonomię organizacyjną jednostek w zakresie sposobów, instrumentów i metod realizacji postawionych przed nimi celów. Przedsiębiorstwo jako makrofraktal wyznacza ogólną wizję działania, zaś mikrofraktale (wewnętrzne jednostki) mają swobodę realizacji celów końcowych i pośrednich, samodzielnie pozyskując zasoby do ich realizacji.
- Dynamika, wynikająca z funkcjonowania w turbulentnym otoczeniu. Fraktale powinny wyprzedzać zmiany w ich środowisku.
- Witalność, wiążąca się z posiadaniem przez fraktale potencjału samoklonowania celów, zadań, procesów i zasobów. Jest to nieustanne odtwarzanie swoich zasobów strategicznych przez stosowanie: samouczenia się, zarządzania wiedzą, wzmacniania kultury organizacyjnej oraz stwarzania przyjaznego klimatu współpracy z otoczeniem.

■ Samorestrukturyzacja – fraktale ulegają ciągłym procesom samoreorganizacji i wymuszają ciągłe zmiany w strukturze organizacyjnej fraktala, która jest: elastyczna, dynamiczna, sieciowa, procesowa, samopodobna w układzie mikro i makro oraz amorficzna. Jest ona również trudna do zidentyfikowania dla zewnętrznego obserwatora.

■ Samonawigowanie – fraktale pozostające w większej całości jak: przedsiębiorstwo międzynarodowe, dywizjonalne, globalne czy holding mają dużą swobodę decyzyjną wyboru przestrzeni, decyzji, zachowań, działań, funkcjonowania i sterowania zdarzeniami organizacyjno-zarządczymi.

■ Samozarządzanie i samokierowanie – zarządzanie dokonuje się na poziomie fraktala i oznacza kształtowanie wzajemnych relacji wewnątrzorganizacyjnych, brak relacji typu poziom zarządczy – poziom wykonawczy. Zacierają się dualizmy – na przykład praca-płaca.

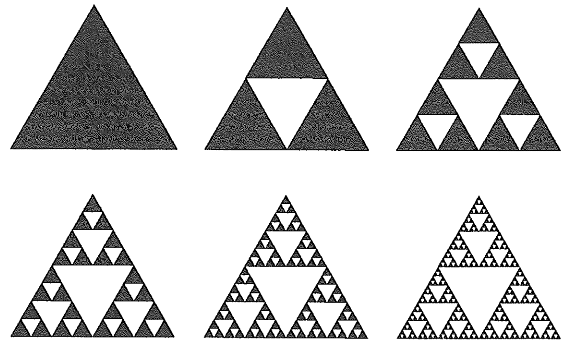


Rys. 2. Początkowe kroki konstrukcji zbioru Cantora
Źródło: PEITGEN H.O., JÜRGENS H., SAUPE D., *Granice chaosu...*, op.cit., s. 108.

Jednym z klasycznych fraktali jest zbiór Cantora, który jest przykładem doskonałego i nigdzie niegęstego podzbioru odcinków[12]. Z punktu widzenia opisu organizacji istotniejszy jest sposób, w jaki ten zbiór powstaje. Rozpoczyna się od przedziału [0,1], następnie usuwa się otwarty przedział (1/3, 2/3). Pozostają dwa przedziały: [0, 1/3] i [2/3, 1] o długości 1/3 każdy, co kończy pierwszy krok konstrukcji. Następnie powtarza się krok konstrukcji w ten sposób, iż usuwa się środkowe części trzecie, otrzymując cztery przedziały o długości 1/9, czynność tę powtarza się. Innymi słowy, jest to układ sprzężenia zwrotnego, generujący ciąg domkniętych przedziałów, jeden w kroku zerowym, dwa w pierwszym, cztery w drugim itd. (to znaczy 2^n przedziałów o długości $1/3^n$ każdy w n-tym kroku). Rysunek 2. graficznie przedstawia tę konstrukcję. Jest to oczywiście modelowy przykład zbioru Cantora, który może być modyfikowany.

Zastosowanie zbiorów Cantora w ekonomii wydaje się być uzasadnione przy podziale organizacji na oddziały lub podczas restrukturyzacji przedsiębiorstw. Mogą one mieć również zastosowanie do podziału władzy i delegowania uprawnień.

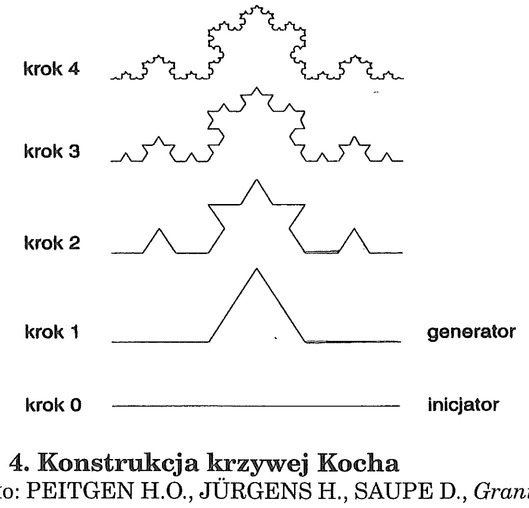
Następne, klasyczne fraktale to trójkąt[13] i dywan Sierpińskiego[14]. Podstawa geometrycznej konstrukcji trójkąta Sierpińskiego jest następująca. Rozpoczyna się od trójkąta na płaszczyźnie, następnie dokonuje się wielokrotnej operacji usuwania części trójkąta. Wybiera się środki jego boków, które razem z wierzchołkami początkowego trójkąta wyznaczają cztery mniejsze; usuwa się środkowy z nich. To zamyka początkowy krok konstrukcji, po którym otrzymuje się trzy przystające trójkąty, których boki są równe połowie boku przystającego trójkąta; stykają się one w trzech punktach, z których każdy jest wspólnym wierzchołkiem dwóch przyległych trójkątów. Krok ten powtarza się. Samopodobieństwo występuje w tym przypadku w sposób oczywisty – każda część jest dwukrotnie mniejszą wersją całej figury z poprzedniego kroku (rysunek 3.)[15].



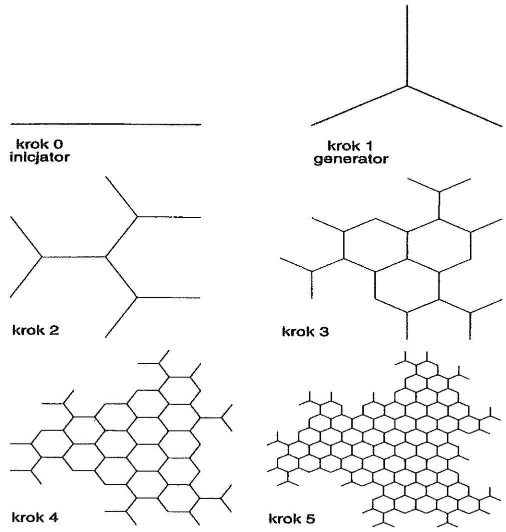
Rys. 3. Podstawowe kroki konstrukcji trójkąta Sierpińskiego
Źródło: PEITGEN H.O., JÜRGENS H., SAUPE D., *Granice chaosu...*, op.cit., s. 122.

Na podobnych zasadach odbywa się konstrukcja dywanu Sierpińskiego. Rozpoczyna się od kwadratu, który dzieli się na dziewięć przystających; usuwa się środkowy. Figurę, którą otrzyma się w wyniku nieskończonego procesu, można uznać za uogólnienie zbioru Cantora.

Kolejnym fraktalem jest krzywa Kocha. Jej konstrukcję rozpoczyna się od linii prostej, którą nazywa się inicjatorem; następnie dzieli się ją na trzy części. W miejsce środkowej części wstawia się trójkąt równoboczny, usuwając jego podstawę. Po pomniejszeniu figura ta – zwana generatorem, w czterech egzemplarzach służy w następnych krokach. Konstrukcję tę powtarza się w ten sposób, iż dzieli się każdy odcinek



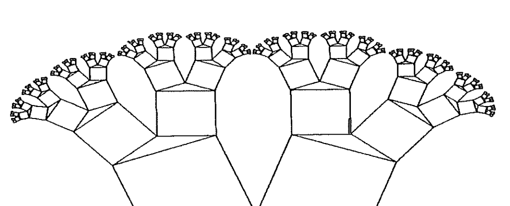
Rys. 4. Konstrukcja krzywej Kocha
Źródło: PEITGEN H.O., JÜRGENS H., SAUPE D., *Granice chaosu...*, op.cit., s. 135.



Rys. 5. Konstrukcja krzywej Kocha – inny przykład
Źródło: PEITGEN H.O., JÜRGENS H., SAUPE D., *Granice chaosu...*, op.cit., s. 136.

w figurze na trzy równe odcinki i zamiast środkowego wstawia się generator. Samopodobieństwo jest wbudowane w proces powstawania tej krzywej – każda z czterech części jest trzykrotnie pomniejszoną kopią całej krzywej z kroku poprzedniego. Kolejne etapy konstrukcji klasycznej krzywej Kocha zaprezentowano na rysunku 4. Inny wybór inicjatora i generatora doprowadza do innego samopodobieństwa fraktala, co zaprezentowano na rysunku 5.

Odkrycie krzywych wypełniających przestrzeń było kamieniem milowym w rozwoju pojęcia wymiaru. Analizując fraktale, najczęściej bierze się pod uwagę wymiar fraktalny, wymiar Hausdorffa czy wymiar pudełkowy[16], jednak początki tych pojęć sięgają wczesnych odkryć topologii[17]. W topologii linie proste mają prawo zmieniać się w krzywe, okręgi mogą stać się trójkątami lub kwadratami. Z topologicznego punktu widzenia linia prosta i krzywa Kocha nie są rozróżnialne. Nie wszystkie zmiany są jednak w topologii dozwolone, na przykład przecięcia linii muszą pozostać przecięciami, liczba dziur w obiekcie jest również niezmiennikiem topologicznym (sfera i powierzchnia sześcianu są homeorficzne, ale sfera i ciastko z dziurką już nie). Analizując wymiar fraktali są znane również inne ich przykłady: krzywa Hilberta, krzywa Peana, gąbka Mengera, zbiory Julii, drzewo pitagorejskie itd. Konstrukcję przykładowego drzewa pitagorejskiego, do złudzenia przypominającego strukturę organizacyjną pokazano na rysunku 6.



Rys. 6. Przykład drzewa pitagorejskiego
Źródło: PEITGEN H.O., JÜRGENS H., SAUPE D., *Granice chaosu...*, op.cit., s. 180.

Zaprezentowane w niniejszym artykule przykłady fraktali mogą być szeroko stosowane do opisu organizacji. Starano się podać niektóre możliwości wykorzystania osiągnięć geometrii Mandelbrota w naukach ekonomicznych, szczególnie zaś w nauce organizacji i zarządzania. Zawsze jednak należy pamiętać, iż same fakty, bez interpretacji teoretycznej i wyjaśnienia nie mają dużego znaczenia. Dopiero umieszczone w strukturze jakiejś teorii nabierają sensu i znaczenia.

Agnieszka Krawczyk

PRZYPISY

1) B. MANDELBROT, *The Fractal Geometry of Nature,* W.H. Freeman, New York, 1982.

2) W naukach ekonomicznych prekursorem wykorzystania geometrii fraktalnej do opisu organizacji był Warnecke; WARNECKE H.J., *Rewolucja kultury przedsiębiorstwa. Przedsiębiorstwo fraktalne,* PWN, Warszawa, 1999. Organizacja fraktalna i zarządzanie nią są również w kręgu zainteresowań Perechudy: PERECHUDA K., *Organizacja fraktalna* [w:] *Zarządzanie przedsiębiorstwem przyszłości. Koncepcje, modele, metody,* red. PERECHUDA K., Placet, Warszawa, 2000; PERECHUDA K., *Kierowanie w organizacji fraktalnej,* [w:] *Instrumenty zarządzania we współczesnym przedsiębiorstwie,* red. ZIMNIEWICZ K., Wydawnictwo AE Poznań, Poznań, 2000; PERECHUDA K., *Zarządzanie fraktalne,* [w:] *Ewolucja pracy kierowniczej,* red. KRZAKIEWICZ K., Wydawnictwo AE Poznań, Poznań, 2000.

3) M. TEMPCZYK, *Geometria fraktali dzisiaj,* „Matematyka" 6(262), 1996.

4) J. KUDREWICZ, *Fraktale i chaos,* Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1993, s. 11.

5) K. PERECHUDA, *Organizacja fraktalna,* [w:] *Zarządzanie przedsiębiorstwem przyszłości. Koncepcje, modele, metody,* red. PERECHUDA K., Placet, Warszawa, 2000, s. 34.

6) K.O. PEITGEN, JÜRGENS H., SAUPE D., *Granice chaosu. Fraktale,* PWN, Warszawa, 1995, s. 55–66.

7) Iteracja jest wyrażeniem synonimicznym przybliżenia.

8) H.O. PEITGEN, JÜRGENS H., SAUPE D., *Granice chaosu. Fraktale,* PWN, Warszawa, 1995, s. 74–78.

9) Topologiczne charakterystyki fraktali są niezmienne.

10) Część jest równoważna całości, układ mikro odzwierciedla inne układy mikro oraz układ makro.

11) Porównaj PERECHUDA K., *Organizacja fraktalna,* [w:] *Zarządzanie przedsiębiorstwem przyszłości. Koncepcje, modele, metody,* red. PERECHUDA K., Placet, Warszawa, 2000, s. 27–32.

12) G. CANTOR, *Über unendliche, lineare Punktmannigfaltigkeiten V,* Math. Ann. 21, 1883, 545–591, za: PEITGEN H.O., JÜRGENS H., SAUPE D., *Granice chaosu...,* op. cit., s. 106.

13) Trójkąt Sierpińskiego zwany jest również uszczelką Sierpińskiego.

14) W. SIERPIŃSKI, *Sur une courbe cantirienne qiu content une image biunivoquet de toute courbe donnée,* C.R. ACAD., 162, Paris, 1916, s. 629–632, za: PEITGEN H.O., JÜRGENS H., SAUPE D., *Granice chaosu...,* op. cit., s. 120–125.

15) Bardzo podobnie, choć inne są zasady jego konstrukcji, wygląda trójkąt Pascala.

16) Szerzej na ten temat: PEITGEN H.O., JÜRGENS H., SAUPE D., *Granice chaosu...,* op. cit., rozdział 4.

17) Topologia to gałąź matematyki zajmująca się z jakościowego punktu widzenia problemami dotyczącymi formy i kształtu. Dwa podstawowe pojęcia topologii to „wymiar" i „homeorfizm" (czyli dowolność przekształcania).

Autorka – adiunkt w Katedrze Organizacji i Zarządzania Wydziału Ekonomicznego Uniwersytetu Opolskiego.