Wykorzystanie współczynnika regresji do badania zyskowności sprzedaży na przykładzie spółek sektora spożywczego notowanych na GPW w Warszawie

https://doi.org/10.33141/po.2007.04.11
Przegląd Organizacji, Nr 4 (807), 2007, ss. 42-44
www.przegladorganizacji.pl
Towarzystwo Naukowe Organizacji i Kierownictwa (TNOiK)

Anna Turczak

Wstęp

Analizę regresji można wykorzystać do objaśniania zmienności jednej cechy zmiennością drugiej cechy statystycznej. W artykule przebadana zostanie funkcja regresji sumy kosztów sprzedanych produktów, materiałów i towarów, kosztów sprzedaży oraz kosztów ogólnego zarządu względem przychodów netto ze sprzedaży.

Na poziom przychodów ze sprzedaży wpływają dwa czynniki – wysokość cen oraz wolumen sprzedaży, czyli liczba sprzedanych produktów, materiałów i towarów. Zwiększenie przychodów ze sprzedaży wiąże się zazwyczaj z koniecznością poniesienia przez przedsiębiorstwo dodatkowych kosztów. Wynik ze sprzedaży to z kolei różnica pomiędzy przychodami netto ze sprzedaży a kosztami sprzedanych produktów, materiałów i towarów, kosztami sprzedaży oraz kosztami ogólnego zarządu. Jeżeli różnica ta jest dodatnia, to przedsiębiorstwo osiąga zysk ze sprzedaży. W przeciwnym razie firma ponosi stratę.

Istotne jest, czy – jeśli przedsiębiorstwo osiąga zysk – można zwiększyć jeszcze poziom tego zysku poprzez wzrost przychodów ze sprzedaży. Z kolei, gdy firma ponosi stratę, to nasuwa się pytanie, czy wzrost przychodów ze sprzedaży wywoła zmniejszenie straty, a w dalszej perspektywie – osiągnięcie zysku, czy też nie. Na pytania te pomaga odpowiedzieć oszacowana funkcja regresji liniowej sumy kosztów sprzedanych produktów, materiałów i towarów, kosztów sprzedaży oraz kosztów ogólnego zarządu względem przychodów netto ze sprzedaży. Funkcja ta jest liniową aproksymantą opisującą zależność pomiędzy wymienionymi zmiennymi.

Liniowa funkcja regresji

Liniowa funkcja regresji zmiennej zależnej (objaśnianej) Y przy danych wartościach zmiennej niezależnej (objaśniającej) X jest postaci:

$$y_i^* = a \cdot x_i + b, \qquad i = 1, 2, ..., n,$$

gdzie:
x_i – kolejne obserwacje zmiennej niezależnej (objaśniającej),
y_i – kolejne obserwacje zmiennej zależnej (objaśnianej),
a – współczynnik kierunkowy funkcji regresji,
b – parametr stały funkcji regresji,
n – liczba obserwacji.

Parametry liniowej funkcji regresji można oszacować klasyczną metodą najmniejszych kwadratów (KMNK). Metoda ta opiera się na założeniu, że suma kwadratów odchyleń zaobserwowanych wartości zmiennej zależnej od jej wartości teoretycznych, czyli wyznaczonych na podstawie funkcji regresji, jest najmniejsza. Założenie to zapisuje się następująco[1)]:

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - y_i^*) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - ax_i - b)^2 \longrightarrow \min$$

gdzie:
y_i – wartości empiryczne zmiennej zależnej (objaśnianej) Y,
y_i^* – wartości teoretyczne zmiennej zależnej (objaśnianej) Y.

Wartość parametru a w liniowej funkcji regresji określa, o ile jednostek przeciętnie zmienia się (odpowiednio do znaku rośnie albo maleje) wartość zmiennej zależnej, gdy wartość zmiennej niezależnej rośnie o jedną jednostkę. Parametr ten nosi nazwę współczynnika regresji.

Obliczając miejsca zerowe pierwszych pochodnych cząstkowych względem odpowiednich parametrów funkcji regresji liniowej, otrzymuje się następujące wzory na parametry a i b:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \qquad \text{albo} \qquad a = \frac{\overline{y \cdot x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$$

oraz

$$b = y - a \cdot x.$$

Miarami służącymi do oceny dopasowania oszacowanej funkcji regresji do danych empirycznych są współczynniki indeterminacji oraz determinacji. Do ich obliczenia niezbędne jest wyznaczenie tzw. reszt, które są różnicą pomiędzy wartościami empirycznymi a wartościami teoretycznymi zmiennej zależnej Y. Reszty oblicza się zatem ze wzoru:

$$e_i = y_i - y_i^*.$$

Warto zaznaczyć, że suma reszt, czyli suma odchyleń wartości empirycznych zmiennej Y od jej wartości teoretycznych, wynosi 0.

Mając już wyznaczone reszty dla kolejnych obserwacji, można obliczyć współczynnik indeterminacji. Współczynnik indeterminacji (zbieżności, zgodności) określony jest wzorem[2)]:

$$\varphi^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - y_i^*)^2}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}$$

Współczynnik indeterminacji przyjmuje wartości z przedziału <0, 1>. Im niższy jest jego poziom, tym lepsze jest dopasowanie funkcji regresji do danych empirycznych. Współczynnik indeterminacji informuje, jaka część zmienności cechy zależnej nie została wyjaśniona przez funkcję regresji, lecz wywołana jest działaniem czynników przypadkowych.

Znając wartość współczynnika zbieżności, można obliczyć współczynnik determinacji, ponieważ współczynniki te dopełniają się do jedności. Zatem:

$$R^2 = 1 - \varphi^2.$$

Współczynnik determinacji również przyjmuje wartości z przedziału <0, 1>, przy czym im wyższy jest jego poziom, tym lepsze jest dopasowanie funkcji regresji do danych empirycznych. Współczynnik determinacji informuje, jaka część zmienności cechy zależnej została wyjaśniona przez funkcję regresji.

Jakość modelu dodatkowo można sprawdzić, weryfikując hipotezę o istotności parametru stojącego przy zmiennej objaśniającej, tj. bada się, czy parametr ten istotnie różni się od zera. W tym celu należy postawić hipotezę zerową: H_0: $a = 0$ wobec hipotezy alternatywnej H_1: $a \neq 0$. Aby zweryfikować taką hipotezę, oblicza się wartość statystyki testowej określonej wzorem:

$$t = \frac{a}{D(a)},$$

gdzie:
a – ocena parametru kierunkowego funkcji regresji;
$D(a)$ – standardowy błąd szacunku parametru kierunkowego funkcji regresji.

Z tablic rozkładu t Studenta dla n–2 stopni swobody i zadanego poziomu istotności α można odczytać wartość krytyczną t_α. Jeżeli $|t| > t_\alpha$, to hipotezę zerową należy odrzucić na rzecz hipotezy alternatywnej. Oznacza to, że parametr kierunkowy funkcji regresji jest istotny. Z kolei gdy $|t| < t_\alpha$, to nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej. W praktyce dla uproszczenia obliczeń przyjmuje się za wartość krytyczną t_α liczbę 2 i nie ma wtedy potrzeby odszukiwania właściwej wartości w tablicach statystycznych.

Tab. Oszacowanie i weryfikacja liniowych funkcji regresji

Spółka	Oszacowana funkcja regresji liniowej	Współczynnik determinacji R^2	Statystyka t Studenta
BEEF-SAN	$y_i^* = 1{,}00 \cdot x_i + 705$	0,892	7,61
DUDA	$y_i^* = 1{,}00 \cdot x_i - 3683$	0,999	99,07
ELSTAROIL	$y_i^* = 0{,}89 \cdot x_i + 821$	0,987	23,22
GRAAL	$y_i^* = 1{,}00 \cdot x_i - 1528$	0,992	29,85
HOOP	$y_i^* = 0{,}78 \cdot x_i + 17\,954$	0,950	11,51
INDYKPOL	$y_i^* = 0{,}78 \cdot x_i + 30\,072$	0,940	10,51
JAGO	$y_i^* = 0{,}97 \cdot x_i - 38$	0,992	29,96
JUTRZENKA	$y_i^* = 0{,}92 \cdot x_i + 1048$	0,987	22,87
KRUSZWICA	$y_i^* = 0{,}86 \cdot x_i + 15\,338$	0,842	6,10
MIESZKO	$y_i^* = 0{,}73 \cdot x_i + 11\,042$	0,936	10,08
PEPEES	$y_i^* = 0{,}62 \cdot x_i + 5661$	0,877	7,07
PROVIMI-ROLIMPEX	$y_i^* = 0{,}95 \cdot x_i + 3620$	0,995	38,92
WAWEL	$y_i^* = 0{,}66 \cdot x_i + 12\,384$	0,980	18,52
WILBO	$y_i^* = 0{,}95 \cdot x_i + 2927$	0,791	5,15
ŻYWIEC	$y_i^* = 0{,}75 \cdot x_i + 61\,929$	0,946	11,04

Źródło: opracowanie własne.

Oszacowanie i weryfikacja liniowych funkcji regresji dla spółek sektora spożywczego notowanych na GPW w Warszawie

Badaniu w niniejszym artykule podlega 15 spółek sektora spożywczego notowanych na GPW w Warszawie. Analizą objęto dane kwartalne dotyczące przychodów netto ze sprzedaży produktów, towarów i materiałów, kosztów sprzedanych produktów, towarów i materiałów, kosztów sprzedaży oraz kosztów ogólnego zarządu z okresu od I kwartału 2004 roku do I kwartału 2006 roku. Tabela przedstawia oszacowane funkcje regresji liniowej, współczynniki determinacji R^2 oraz statystyki t Studenta dla spółek podlegających badaniu.

Oszacowane funkcje regresji są dobrze dopasowane do danych empirycznych, o czym świadczy wysoki poziom poszczególnych współczynników determinacji. Oznacza to, że przyjęcie liniowej postaci funkcji regresji było właściwe. Dodatkowo parametr towarzyszący zmiennej objaśniającej jest istotnie różny od zera, a zatem zmienna X jest istotna i jej obecność w liniowej funkcji regresji jest uzasadniona.

Reasumując, należy stwierdzić, że otrzymane funkcje regresji dobrze opisują badaną zależność między kosztami sprzedanych produktów, materiałów i towarów, kosztami sprzedaży oraz kosztami ogólnego zarządu a przychodami netto ze sprzedaży produktów, materiałów i towarów.

Wśród parametrów oszacowanych funkcji regresji liniowej do dalszej analizy posłuży wyłącznie parametr a, gdyż jest miarą stanowiącą stosunek dwóch miar bezwzględnych i dzięki temu pozwala na dokonywanie porównań między rozpatrywanymi spółkami. Określa on, o ile złotych przeciętnie wzrośnie suma kosztów sprzedanych produktów, materiałów i towarów, kosztów sprzedaży oraz kosztów ogólnego zarządu, jeżeli przychody netto ze sprzedaży produktów, materiałów i towarów wzrosną o 1 zł. Z kolei parametr b, jako miara bezwzględna, nie będzie podlegać dalszej analizie.

W przypadku trzech z przeanalizowanych 15 spółek (BEEF-SAN, DUDA, GRAAL) współczynnik kierunkowy liniowej funkcji regresji wynosi 1. Wynika z tego, że wzrost zmiennej niezależnej X o jedną jednostkę pieniężną powoduje wzrost zmiennej zależnej Y w przybliżeniu również o jedną jednostkę pieniężną, zatem mimo tych zmian, wynik ze sprzedaży będzie utrzymywać się na niezmienionym poziomie lub zmieni się nieznacznie. W przypadku przedsiębiorstwa, które generuje zysk, oznacza to, że wysiłki spółki włożone we wzrost przychodów mogą zostać całkowicie strawione przez taki sam wzrost kosztów i w efekcie spadnie wskaźnik rentowności sprzedaży. Z kolei w przypadku, gdy spółka ponosi stratę, parametr a na poziomie 1 oznacza, że przedsiębiorstwo nie będzie w stanie zmniejszyć straty poprzez zwiększenie skali działania, gdyż wzrostowi przychodów towarzyszyć będzie taki sam wzrost kosztów. W sytuacji takiej konieczne są zatem, oprócz zmian ilościowych, równolegle przeprowadzane zmiany jakościowe, będące w szczególności wynikiem znaczącej restrukturyzacji kosztów.

Pozostałe 12 z 15 oszacowanych funkcji regresji liniowej ma współczynnik kierunkowy a mieszczący się w przedziale (0, 1). Wynika z tego, że dla 20% z przebadanych spółek wzrost przychodów o jednostkę oznacza mniejszy niż o jednostkę wzrost kosztów, a zatem różnica pomiędzy wymienionymi wielkościami rośnie. Oznacza to, że zwiększanie skali działania spółki w takim przypadku pociąga za sobą wzrost zysku ze sprzedaży (bądź zmniejszenie straty ze sprzedaży).

Zakończenie

Aby wyciągnąć w pełni użyteczne wnioski z oszacowanego współczynnika regresji sumy kosztów sprzedanych produktów, materiałów i towarów, kosztów sprzedaży oraz kosztów ogólnego zarządu względem przychodów netto ze sprzedaży, konieczna jest znajomość przewidywanego kierunku zmian przychodów netto ze sprzedaży. Jeżeli przedsiębiorstwo zamierza zwiększyć przychody, to korzystna dla niego jest niska wartość współczynnika kierunkowego liniowej funkcji regresji, co skutkuje zwiększaniem zysku ze sprzedaży (zmniejszaniem straty ze sprzedaży). Z kolei, jeśli przedsiębiorstwo zamierza zmniejszyć przychody, to korzystna jest wysoka, a w praktyce bliska 1, wartość parametru a, ponieważ poziom wyniku finansowego będzie wtedy stabilny i spadek przychodów netto ze sprzedaży nie wywoła zmniejszenia się zysku ze sprzedaży (zwiększenia się straty ze sprzedaży). Podsumowując, należy jednak stwierdzić, że celem przedsiębiorstwa powinien być ciągły wzrost i rozwój, a co za tym idzie, stałe zwiększanie przychodów ze sprzedaży, zatem w interesie przedsiębiorstwa jest dążenie do ciągłego obniżania poziomu parametru a liniowej funkcji regresji.

dr Anna Turczak
Zachodniopomorska Szkoła Biznesu
w Szczecinie

PRZYPISY

1) Por. S. OSTASIEWICZ, Z. RUSNAK, U. SIEDLECKA, *Statystyka: elementy teorii i zadania*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław 1995, s. 282–284.

2) Por. W. MAKAĆ, D. URBANEK-KRZYSZTOFIAK, *Metody opisu statystycznego*, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 2001, s. 168–169.

Summary

Two factors influence the level of turnover – the price and the quantity of products, materials and good sold. The increase of a company's turnover is usually connected with the necessity to sustain some additional costs. Sales result is the difference between net turnover and costs of products, materials and good sold, costs of sales and overhead costs. If the difference is positive, the company makes a sales profit. Otherwise the company makes a sales loss.

In the case that the company makes the profit, it is important if it is able to increase the level of profit by increasing the turnover. In the case that the company makes a loss, the issue is, if the turnover would influence the decrease of the loss, and generate a profit, or not. The estimated linear regression function can help answer all these questions.